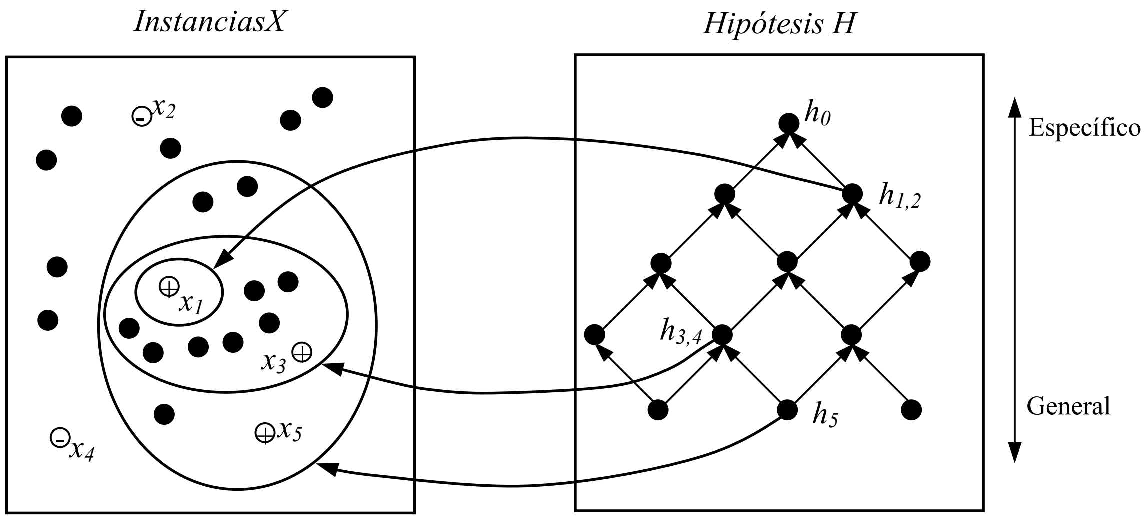
Generalización como búsqueda

El problema de aprendizaje por generalización puede verse como un ***problema de búsqueda***:

- El lenguaje de generalización corresponde a un espacio de hipótesis (espacio de búsqueda) de posibles soluciones.

- El lenguaje de instancias corresponde a un espacio de instancias al que pertenecen los ejemplos positivos/negativos de la generalización objetivo.

- La tarea de aprendizaje consiste en examinar el espacio de hipótesis, sujeto a las restricciones impuestas por las instancias de entrenamiento, para determinar generalizaciones plausibles.



Para que la búsqueda sea eficaz, se necesita definir un criterio de orden sobre el espacio de hipótesis.

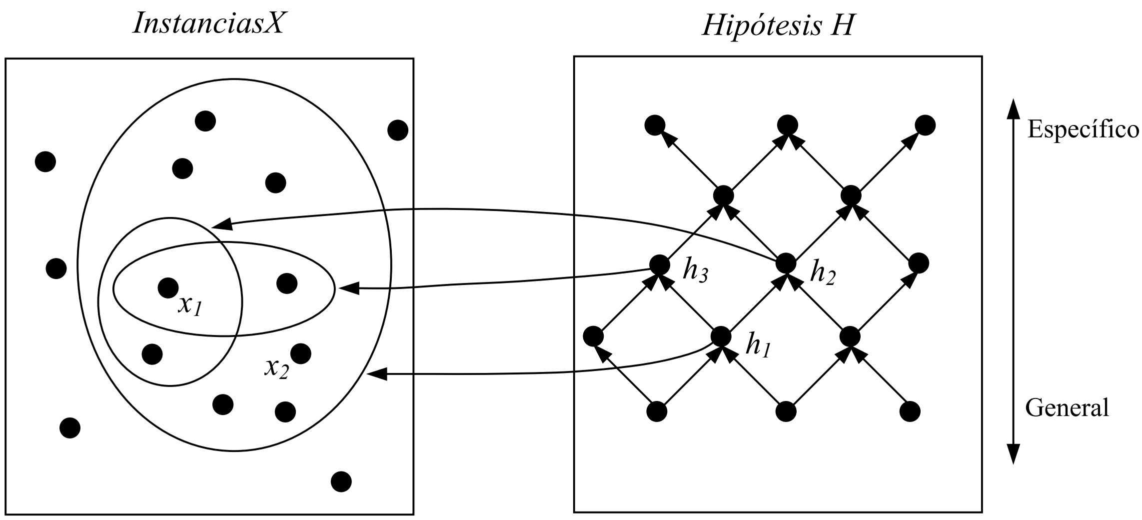
Ordenación

Existe una importante estructura de orden inherente al lenguaje de generalización: la que define la relación "*más general que*" o su relación inversa "*más específica que*".

Definición 1: Sea h_j y h_k funciones booleanas (hipótesis) definidas sobre X. Entonces h_j es ***igual o más general que*** h_k (escrito $h_j \geq_g h_k$) si y sólo si

$$(\forall x \in X)\ [(h_k(x)=1) \rightarrow (h_j(x)=1)]$$

Definición 2: Una hipótesis h_j es ***más general que*** una hipótesis h_k si el conjunto de todas las instancias *asociadas* a h_k está contenido en el conjunto de todas las instancias *asociadas* a h_j.



La relación $\geq_g$ define una ***estructura de orden parcial*** en el espacio de hipótesis H.

La relación $\geq_g$ es importante porque proporciona una base muy útil para organizar la búsqueda a través del espacio de hipótesis H incluso en espacios infinitos de hipótesis sin enumerar explícitamente todas las hipótesis.

Algoritmo *Find-S*: Ejemplo

Vocabulario para el dominio de animales exóticos					
Origen	Á(frica	AM(érica)	AS(ia)	E(uropa)	O(ceanía)
Clase	Mamífero	Ave	Pez	Reptil	
Alimentación	Carnívoro	Hervíboro	Omnívoro	Insectívoro	Piscívoro
Valor	Alto	Normal	Bajo		
Situación	Peligro	Normal	Extinguido	Desconocida	

Dominios de definición de los atributos

Origen	A(frica)	A(frica)	A(frica)	E(uropa)	A(frica)
Clase	Mamífero	Reptil	Reptil	Mamífero	Mamífero
Alimentación	Carnívoro	Herbívoro	Herbívoro	Herbívoro	Carnívoro
Valor	Alto	Bajo	Alto	Bajo	Normal
Situación	Peligro	Normal	Peligro	Peligro	Peligro
Ejemplo	+	-	+	-	+

Conjunto de entrenamiento

En el espacio de hipótesis *H* cada hipótesis está formada por una conjunción de restricciones sobre los valores de sus atributos.

Inicio
Se inicializa *h* a la hipótesis más específica $\Rightarrow$ $\boldsymbol{h_0} = (\emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset)$

Primer ejemplo (A, M, C, A, P; +) $\Rightarrow$ $\boldsymbol{h_1}$ **= (A, M, C, A, P)**

Segundo ejemplo (A, R, H, B, N; -) $\Rightarrow$ $\boldsymbol{h_2} = \boldsymbol{h_1}$ **= (A, M, C, A, P)**

Tercer ejemplo (A, R, H, A, P; +) $\Rightarrow$ $\boldsymbol{h_3}$ **= (A, x2, x3, A, P)**

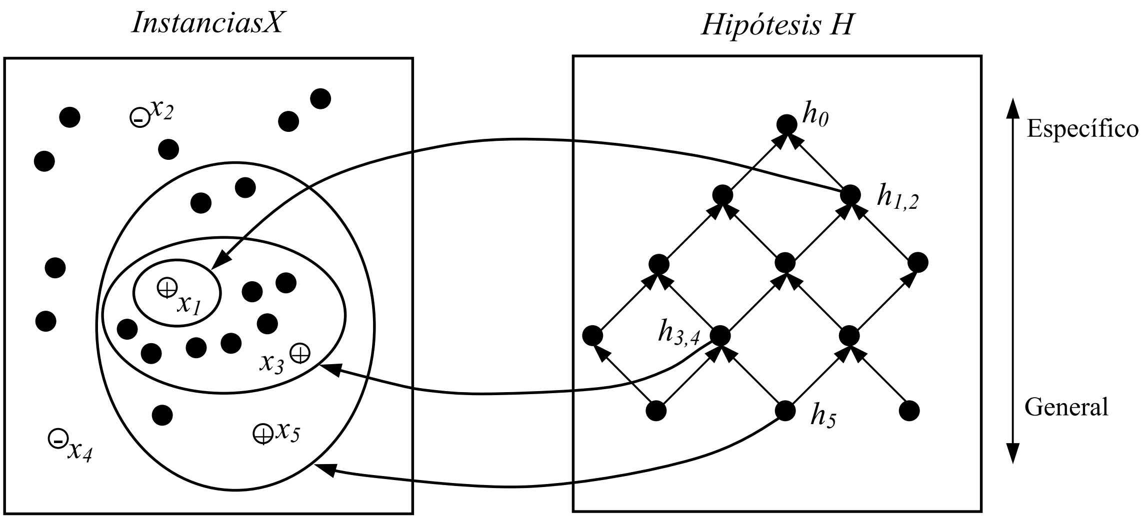
Cuarto ejemplo (E, M, H, B, P; -) $\Rightarrow$ $\boldsymbol{h_4} = \boldsymbol{h_3}$ **= (A, x2, x3, A, P)**

Quinto ejemplo (A, M, C, N, P; +) $\Rightarrow$ $\boldsymbol{h_5}$ **= (A, x2, x3, x4, P)**

<u>Concepto aprendido</u>:

"***Animales africanos en peligro de extinción***"

Algoritmo *Find-S*: Ejemplo (Cont.)



$x1 = (A, M, C, A, P, +)$
$x2 = (A, R, H, B, N, -)$
$x3 = (A, R, H, A, P, +)$
$x4 = (E, M, H, B, P, -)$
$x5 = (A, M, C, N, P, +)$

$h_0 = (\varnothing, \varnothing, \varnothing, \varnothing, \varnothing)$
$h1 = (A, M, C, A, P)$
$h2 = (A, M, C, A, P)$
$h3 = (A, x2, x3, A, P)$
$h4 = (A, x2, x3, A, P)$
$h5 = (A, x2, x3, x4, P)$

Inconvenientes del algoritmo Find-S

- La hipótesis de salida del algoritmo no garantiza la unicidad

- La hipótesis de salida del algoritmo siempre es la más específica

- El algoritmo Find-S es muy sensible al ruido.

- El algoritmo Find-S falla cuando en el espacio de hipótesis elegido existen varias hipótesis específicas, consistentes y maximales

Algoritmo “Eliminación de Candidatos”: Ejemplo

Inicio

$$\mathbf{S_0=\{(\varnothing, \varnothing, \varnothing, \varnothing, \varnothing)\}}$$

$$\mathbf{G_0=\{(x1, x2, x3, x4, x5)\}}$$

Primer ejemplo, *d* = (A,M,C,A,P,+)

G_0 es consistente con *d* $\Rightarrow$ $\mathbf{G_1=G_0\{(x1, x2, x3, x4, x5)\}}$.

$s_{01}\in S_0$ es inconsistente con *d*, se elimina de S y se añaden todas las generalizaciones minimales de s_{01} para contener a *d*

$$\mathbf{S_1=\{(A, M, C, A, P)\}}$$

Se cumple que g_{11} es más general que s_{11} y, además, no aplica [2.1.3].

Segundo ejemplo, *d* = (A,R,H,B,N,-)

S_1 es consistente con *d* $\Rightarrow$ $\mathbf{S_2=S_1=\{(A, M, C, A, P)\}}$.

$g_{11}\in G_1$ es inconsistente con *d*. Se elimina de *G* y se hacen todas las especializaciones minimales de g_{11} que sean consistentes con *d*.

Puesto que *d* es un contraejemplo, el conjunto de hipótesis que no incluyen el contraejemplo son:

$$\overline{(A \wedge R \wedge H \wedge B \wedge N)} = \overline{A} \vee \overline{R} \vee \overline{H} \vee \overline{B} \vee \overline{N} =$$

= “no A” o “no R” o “no H” o “no B” o “no N”

La especialización minimal de g_{11} es:

G_2’={(no A, x2, x3, x4, x5), (x1, no R, x3, x4, x5), (x1, x2, no H, x4, x5), (x1, x2, x3, no B, x5), (x1, x2, x3, x4, no N)}

Para todo h$\in$ G_2’, algún miembro de S_2 debe ser más específico que h:

$$\mathbf{G_2=\{(x1, M, x3, x4, x5), (x1, x2, C, x4, x5), (x1, x2, x3, A, x5), (x1, x2, x3, x4, P)\}}$$

Tercer ejemplo, d = (A,R,H,A,P,+)

Como {(x1, M, x3, x4, x5), (x1, x2, C, x4, x5)} $\in G_2$ son inconsistentes con *d*, se eliminan de G

$$\mathbf{G_3=\{\ (x1,\ x2,\ x3,\ A,\ x5),\ (x1,\ x2,\ x3,\ x4,\ P)\}}$$

$s_{21} \in S_2$ es inconsistente con *d*. Se elimina de S y se añaden todas las generalizaciones minimales de s_{21} que contengan a *d*

$$\mathbf{S_3=\{(A,\ x2,\ x3,\ A,\ P)\}}$$

Cualquier hipótesis contenida en G_3 es más general que la obtenida en S_3.

Cuarto ejemplo, *d* = (E,M,H,B,P,-)

S_3 es consistente con *d* $\Rightarrow$ $\mathbf{S_4=S_3=\{(A,\ x2,\ x3,\ A,\ P)\}}$.

Qué hipótesis de G_3 son consistentes con *d*:

g_{31} = (x1, x2, x3, A, x5) sí lo es.

g_{32} = (x1, x2, x3, x4, P) no lo es. Se elimina de G y se hacen todas las especializaciones minimales de g_{32} que sean consistentes con *d*:

G_4'={(no E, x2, x3, x4, P), (x1, no M, x3, x4, P), (x1, x2, no H, x4, P), (x1, x2, x3, no B, P)}

Por tanto

$$G_4'' = g_{31} \cup G_4'$$

Para todo $h \in G_4''$, algún miembro de S_4 tiene que ser más específico que h:

$$\mathbf{G_4''' = \{(x1,\ x2,\ x3,\ A,\ x5),\ (A,\ x2,\ x3,\ x4,\ P),\ (x1,\ x2,\ x3,\ A,\ P)\}}$$

Finalmente, como g'''_{41} es más general que g'''_{43}

$$\mathbf{G_4= \{(x1,\ x2,\ x3,\ A,\ x5),\ (A,\ x2,\ x3,\ x4,\ P)\ \}}$$

Quinto ejemplo, *d* = (A,M,C,N,P,+)

De las hipótesis de G_4 sólo (A, x2, x3, x4, P) es consistente con *d*:

$$\mathbf{G_5= G_4=\{(A,\ x2,\ x3,\ x4,\ P)\}}$$

$s_{41} \in S_4$ es inconsistente con d. Se elimina de S y se añaden todas las generalizaciones minimales de s_{41} que contengan a *d*

$$\mathbf{S_5=\{(A,\ x2,\ x3,\ x4,\ P)\}}$$

Cualquier hipótesis contenida en G_5 es más general que la obtenida en S_5.

Fin del algoritmo

Como ***G*** = ***S***, el algoritmo finaliza obteniendo como concepto aprendido:

"*Animales (de origen) A-fricano en (situación) P-eligro de extinción*"

Comparativa en cuanto al tiempo de cálculo y costes máximos de almacenamiento de los algoritmos *Find-S* y *Eliminación de candidatos*

Estrategia	Tiempo	Espacio de almacenamiento
Find-S	$O(spn + s^2p)$	$O(s + n)$
Espacio de Versiones	$O(sg\ (p + n) + s^2p + g^2n)$	$O(s + g)$

p = No. de instancias positivas
n = No. de instancias negativas
s = tamaño máximo alcanzado por el conjunto *S*
g = tamaño máximo alcanzado por el conjunto *G*

Limitaciones del algoritmo *eliminación-candidatos*

El espacio de versiones aprendido por el algoritmo converge hacia la hipótesis que describe el concepto objetivo siempre que:

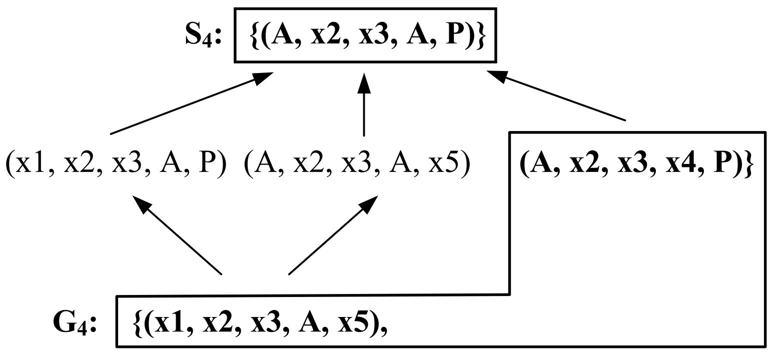
[1] No hay errores en el conjunto de ejemplos de entrenamiento.

[2] El concepto objetivo buscado pertenece al espacio de hipótesis *H*.

Corolario: Si, dados H y D, el algoritmo converge a un espacio de versiones vacío, entonces la causa es debida al no cumplimiento de las condiciones [1] y/o [2].

Cómo utilizar conceptos parcialmente aprendidos (espacio de versiones) para clasificar nuevos ejemplos

Si en el caso anterior sólo existiesen los 4 primeros ejemplos, el algoritmo no aprendería el concepto objetivo. No obstante, existe un conocimiento parcial del concepto igual a su espacio de versiones.



Espacio de Versiones

	[I]	[II]	[III]
Origen	A(frica)	A(frica)	AM(érica)
Clase	Pez	Pez	Pez
Alimentación	Insectívoro	Insectívoro	Insectívoro
Valor	Alto	Normal	Alto
Situación	Peligro	Peligro	Normal
Ejemplo	?	?	?

Nuevas instancias de clasificación desconocida

La instancia [I], (A, P, I, A, P) $\notin D$, es clasificada como positiva por todas las hipótesis en el actual espacio de versiones $\Rightarrow$ **Instancia positiva**.

La instancia [II], (A, P, I, N, P) $\notin D$, es clasificada como negativa por todas las hipótesis en el espacio de versiones $\Rightarrow$ **Instancia negativa**.

La instancia [III], (AM, P, I, A, N) $\notin D$, es clasificada como positiva por sólo una hipótesis del espacio de versiones y negativa por las otras cuatro hipótesis restantes. Si se asume que todas las hipótesis en H son igualmente probables a priori, entonces:

$$p = 1/5 \text{ instancia positiva}$$

$$p = 4/5 \text{ instancia negativa}$$

Formas de suministrar los ejemplos al algoritmo

[1] El profesor selecciona previamente el conjunto de entrenamiento. Los ejemplos se suministran secuencialmente al aprendiz.

[2] En cada iteración, es el propio aprendiz el que elige la instancia siguiente a procesar. Un oráculo externo establece su clasificación correcta. El aprendiz la procesa.

Si se elige la opción [2], la mejor estrategia que debería seguir el aprendiz para aprender con el mínimo número de ejemplos, sería aquella que permita reducir las hipótesis contenidas en el espacio de versiones, en el momento actual, justo a la mitad.

El número de instancias necesarias para aprender el concepto objetivo será:

$$\lceil \log_2 |H|_{ini} \rceil$$

donde $|H|_{ini}$ es el número de hipótesis totales contenidas en el espacio de hipótesis.